

## MATEMATIKA PRÓBAÉRETTSÉGI MEGOLDÓKULCS

## – KÖZÉPSZINT –

**I. rész: Az alábbi 12 feladat megoldása kötelező volt!**

- 1) Hányféleképpen tud egy nyolcfős baráti társaság leülni egy körasztalhoz? (2 pont)

**Megoldás:**

A feladatot a ciklikus permutáció képletével oldjuk meg. Ez alapján a lehetőségek száma  $(8-1)!$   
Ezt kiszámolva megkapjuk az eredményt, miszerint a lehetőségek száma  $7! = 5040$ .

(2 pont)

**Összesen: 2 pont**

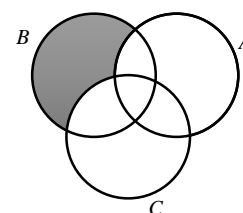
- 2) Írja fel halmazműveletekkel az ábrán besatírozott területet! (2 pont)

**Megoldás:**

A besatírozott terület felírható például:  $(A \cup B \cup C) \setminus (A \cup C)$  vagy  $B \setminus (A \cup C)$ .

Minden más ekvivalens felírás elfogadható.

(2 pont)

**Összesen: 2 pont**

- 3) Egy cukrászda különleges, többízű tortája úgy van felosztva, hogy a teljes torta  $\frac{1}{3}$  része csokis, a maradék rész  $\frac{3}{4}$ -e epres, a többi pedig feketeerdő ízesítésű. Andris találmra vesz el egy szeletet a még érintetlen tortából. Mekkora a valószínűsége, hogy feketeerdő ízűt vesz el? (3 pont)

**Megoldás:**

A teljes tortát vesszük 1 egésznek. Ha ennek az  $\frac{1}{3}$  része csokis, az azt jelenti hogy  $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  rész epres vagy feketeerdő ízű.

(1 pont)

$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$  része lesz a teljes tortának epres, ennek alapján  $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$  része lesz a teljes tortának feketeerdő ízesítésű.

(1 pont)

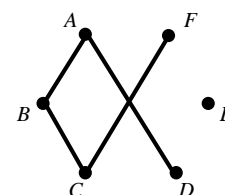
Ez az arány megfelel a valószínűségnek is, tehát  $P = \frac{1}{6}$ .

(1 pont)

**Összesen: 3 pont**

- 4) Adja meg az ábrán látható gráf fokszámainak összegét!

Rajzoljon be az alábbi gráfba úgy egy élt, hogy az  $E$ -ből  $B$ -be vezető út 2 él hosszúságú legyen! (2 pont)



(2 pont)

**Megoldás:**

A gráf fokszámainak összege:  $2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 8$ .

(1 pont)

Kétféle él is elegendő a feltételnek. Az éleket vagy a  $CE$  vagy az  $AE$  csúcspontokkal lehet megadni.

(1 pont)

**Összesen: 2 pont**

- 5) Egy kabát árát egy leárazás keretein belül csökkentették 15%-kal, majd az akció végeztével 15%-kal emelték. Jelenleg 13 685 Forintért árusítja a bolt a kabátot. Számítsa ki, mennyi volt eredetileg a kabát ára! (3 pont)

**Megoldás:**

A kabát eredeti árát jelöljük  $x$ -szel.

$$x \cdot (1 - 0,15) \cdot (1 + 0,15) = 13685$$

$$x \cdot 0,85 \cdot 1,15 = 13685$$

Az egyenletet rendezve megkapjuk, hogy  $x = \frac{13685}{0,85 \cdot 1,15} = \frac{13685}{0,9775} = 14000$  Ft (2 pont)

**Összesen: 3 pont**

- 6) Számológép használata nélkül határozza meg a két kifejezés közötti relációt! Számításait részletezze!

$$A = 8^{\log_2 3} \quad B = \sqrt[3]{2^9} \quad (3 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

$$A = 8^{\log_2 3} = (2^3)^{\log_2 3} = 2^{3 \cdot \log_2 3} = 2^{\log_2 3^3} = 3^3 = 27 \quad (1 \text{ pont})$$

$$B = \sqrt[3]{2^9} = 2^{\frac{9}{3}} = 2^3 = 8 \quad (1 \text{ pont})$$

A pontos értékek alapján megállapítható a reláció, miszerint  $A > B$ . (1 pont)

**Összesen: 3 pont**

- 7) Határozza meg az alábbi állítások logikai értékét!

a)  $(8;12) = 24$

b) Két prímszám összege mindig páros.

c) Azok a számok, melyek oszthatóak 2-vel és 6-tal, oszthatóak 12-vel is. (3 pont)

**Megoldás:**

a)  $(8;12) = 24$  **Hamis**, mert a legnagyobb közös osztójuk a 4. (1 pont)

b) Két prímszám összege mindig páros. **Hamis**, mert ha az egyik prímszám a 2, akkor az összeg páratlan lesz. (1 pont)

c) Azok a számok, melyek oszthatóak 2-vel és 6-tal, oszthatóak 12-vel is. **Hamis**, mert a 12-vel való oszthatóság szabálya, hogy a szám 3-mal és 4-gyel is osztható legyen. (1 pont)

**Összesen: 3 pont**

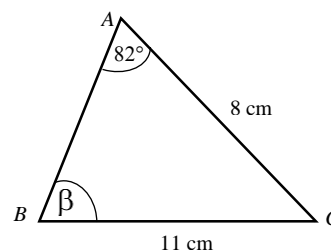
- 8) Számítsa ki a  $\beta$  szög nagyságát! Egy tizedesjegyre kerekítsen! (3 pont)

**Megoldás:**

A szöveget a szinusz-tétel alkalmazásával tudjuk kiszámolni.

Ez alapján felírható egy egyenlet, miszerint  $\frac{\sin \beta}{8} = \frac{\sin 82^\circ}{11}$  (2 pont)

Az egyenletet megoldva megkapjuk a megoldást, miszerint  $\beta = 46,1^\circ$ . (1 pont)



**Összesen: 3 pont**

9) Oldja meg a következő egyenletet a negatív számok halmazán!

$$|x - 3| = 7$$

Válaszát indokolja!

(2 pont)

**Megoldás:**

I. eset:  $x \geq 3 \Rightarrow x - 3 = 7 \Rightarrow x_1 = 10 \quad x_1 \notin \mathbb{R}^-$  (1 pont)

II. eset:  $x < 3 \Rightarrow x - 3 = -7 \Rightarrow x_2 = -4$  (1 pont)

**Összesen: 2 pont**

10) Egyszerűsítse az alábbi kifejezést, ha  $a; b; c \neq 0$ ;  $b \neq 1$  és  $b \neq -1$ !

$$\frac{abc - ab^3c}{b^2c} : \frac{(1+b)(1-b)}{a^2b} \quad (3 \text{ pont})$$

**Megoldás:**

$$\frac{abc - ab^3c}{b^2c} : \frac{(1+b)(1-b)}{a^2b} = \frac{abc - ab^3c}{b^2c} \cdot \frac{a^2b}{(1+b)(1-b)} =$$
 (1 pont)

$$= \frac{abc(1-b^2)}{b^2c} \cdot \frac{a^2b}{(1-b^2)} = \frac{abc}{b^2c} \cdot a^2b =$$
 (1 pont)

$$= a^3$$
 (1 pont)

**Összesen: 3 pont**

11) Boglárka pénztárcájában a hónap második napján 2000 Ft található. Tudjuk, hogy minden nap felére csökken pénztárcájában az összeg. Hány forint marad a tárcájában a hatodik napon? (2 pont)

**Megoldás:**

Mértani sorozatot alkalmazunk:

$$a_2 = 2000 \text{ és } q = \frac{1}{2}$$
 (1 pont)

$$a_6 = 2000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 125 \text{ Ft}$$
 (1 pont)

(Akkor is jár a maximális pontszám, ha a tanuló 4-szer egymás után leoszt 2-vel.)

**Összesen: 2 pont**

12) Adja meg egy olyan másodfokú függvény hozzárendelési szabályát, melynek két zérushelye az  $x_1 = 2$  és az  $x_2 = 4$ ! (2 pont)

**Megoldás:**

Bármilyen másodfokú függvény megfelel, mely eleget tesz az  $y = a(x-2)(x-4)$  alakú egyenletnek, ahol  $a \in \mathbb{R}$ . Egy lehetséges megoldás például:  
 $f(x) = (x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8 = (x-3)^2 - 1$ .

(2 pont)

**Összesen: 2 pont**

---

**Maximális elérhető pontszám: 30 pont**

**II/A. rész: Az alábbi három példa megoldása kötelező volt!**

13)

- a) Egy színház földszinti nézőterének első sora 22 székből áll. Minden sorban az előtte lévőnél 2 székkal több található. A földszinti nézőtéren összesen 1530 szék van. Hány széksort számolhatunk a földszinten? (8 pont)
- b) Péter saját darabot tervez, mely költségeinek fedezésére 2012 januárjában betette a bankba félretett pénzét. A bank minden év utolsó napján jóváírja az éves 18%-os kamatot. Péter 2017. február 18-án 750 000 Forintot vett ki bankszámlájáról (a bankszámla egyenlege ezek után 0 Ft lett). Mekkora összeget tett be eredetileg a bankba? Eredményét egészre kerekítve adja meg! (4 pont)

**Megoldás:**

- a) Számítani sorozattal oldjuk meg a feladatot.

A színház földszintjén lévő székek számát fel tudjuk írni:  $S_n = 1530$ , valamint tudjuk még,

$$\text{hogy } a_1 = 22 \text{ és } d = 2 \quad (1 \text{ pont})$$

A sorozat összegképletét felhasználva felírhatjuk az alábbi egyenletet:

$$1530 = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad (1 \text{ pont})$$

$$1530 = \frac{a_1 + a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$$

Az adatokat behelyettesítve megkapjuk:

$$1530 = \frac{22 + 22 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n \quad (2 \text{ pont})$$

$$1530 = (22 + (n-1)) \cdot n$$

$$n^2 + 21n - 1530 = 0 \quad (1 \text{ pont})$$

A másodfokú egyenlet megoldóképletébe való behelyettesítéssel két megoldást kapunk:

$$n_1 = 30 \text{ és } n_2 = -51 \notin \text{ÉT}, \text{ így csak egy megoldásunk lesz.} \quad (2 \text{ pont})$$

Így tehát megkaptuk, hogy a színház földszinti nézőterén összesen 30 sor található. (1 pont)

- b) Mértani sorozatként értelmezzük a feladatot.

Az eredetileg behelyezett összeget jelöljük  $x$ -szel.

2012 januárja óta összesen 5-ször történt kamatj jóváírás. (1 pont)

A kamatos kamat képletét felhasználva felírható az egyenlet, miszerint

$$x \cdot 1,18^5 = 750000 \quad (1 \text{ pont})$$

$$x \approx 327832 \text{ Ft} \quad (1 \text{ pont})$$

Tehát Péter eredetileg 327 832 forintot helyezett el a bankban. (1 pont)

**Összesen: 12 pont****14) Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!**

a)  $4\cos^2 x + 17\sin x = 8$  (7 pont)

b)  $\frac{4^x}{\left(\frac{1}{2}\right)} = (\sqrt{2})^2$  (5 pont)

**Megoldás:**

a)  $4\cos^2 x + 17\sin x = 8 \Rightarrow 4(1 - \sin^2 x) + 17\sin x = 8$  (1 pont)

$$4 - 4\sin^2 x + 17\sin x = 8 \Rightarrow -4\sin^2 x + 17\sin x - 4 = 0$$

$$\sin x = a$$

$$-4a^2 + 17a - 4 = 0 \quad (2 \text{ pont})$$

Behelyettesítve a másodfokú megoldóképletbe:

$$a_1 = 4 \notin \mathbb{R}_f \quad (1 \text{ pont})$$

$$a_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{4} \quad (1 \text{ pont})$$

$$x_1 = 0,2527 + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \quad (1 \text{ pont})$$

$$x_2 = 2,8889 + 2l\pi \quad l \in \mathbb{Z} \quad (1 \text{ pont})$$

(Amennyiben a vizsgázó a periódust, vagy az egész számokra való kikötést leghagyja, fél pont adható. A megoldások fokban való megadásáért maximum 1 pont adható.)

$$\text{b) } \frac{4^x}{\left(\frac{1}{2}\right)} = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow \frac{2^{2x}}{2^{-1}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 \quad (1 \text{ pont})$$

$$2^{2x+1} = 2 \quad (1 \text{ pont})$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt. (1 pont)

$$2x + 1 = 1$$

$$\mathbf{x = 0} \quad (1 \text{ pont})$$

Ellenőrzés... (1 pont)

**Összesen: 12 pont**

15) Adott a koordináta-rendszerben négy egyenes, melyek egy  $ABCD$  négyszöget határoznak meg.

I.  $f$  egyenes párhuzamos az  $x$  tengellyel

II.  $g$  egyenes:  $y = 2x - 3$

III.  $f$  és  $h$  egyenesek metszéspontja  $A(-5;4)$ ,  $h$  egyenes meredeksége  $-4$

IV.  $g$  és  $i$  egyenesek metszéspontja  $C(0;-3)$  és  $\overline{BC}(3;1)$

a) Határozza meg a hiányzó csúcsok koordinátáit és a hiányzó egyenesek egyenleteit! Ábrázolja a négyszöget a koordináta-rendszerben! (8 pont)

b) Adja meg az  $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 20$  egyenletű kör középpontjának az origótól vett távolságát és a kör sugarának hosszát! (4 pont)

**Megoldás:**

a) Az I. és III. állítás segítségével felrajzolható az  $f(x)$  egyenes, melynek egyenlete  $y = 4$ . (1 pont)

Az  $f$  és  $g$  egyenes metszéspontját jelölő  $D$  csúcsra felírható az egyenlet:

$$\left. \begin{array}{l} y = 4 \\ y = 2x - 3 \end{array} \right\} 4 = 2x - 3 \Rightarrow x = 3,5 \Rightarrow D(3,5; 4)$$

(1 pont)

A III. állítás alapján felrajzolhatjuk a  $h(x)$  egyenest, melynek egyenlete:

$$\left. \begin{array}{l} h(x) = -4x + b \\ h(-5) = -4 \cdot (-5) + b = 4 \Rightarrow b = -16 \end{array} \right\} y = -4x - 16 \quad (1 \text{ pont})$$

A  $B$  csúcs meghatározásához a IV. állítást használjuk.

$$\left. \begin{array}{l} 3 = 0 - b_1 \Rightarrow b_1 = -3 \\ 1 = -3 - b_2 \Rightarrow b_2 = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow B(-3; -4) \quad (2 \text{ pont})$$

Az  $i(x)$  egyenes egyenlete felírható az általános  $y = mx + b$  alakkal (a meredekség és a tengelymetszet is leolvasható), ez alapján az egyenlet  $y = \frac{1}{3}x - 3$ . (1 pont)

Ábra felrajzolása. (2 pont)

b) A kör egyenletét átalakítjuk:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25 \quad (2 \text{ pont})$$

Innen leolvashatóak a kör középpontjának koordinátái és a sugár hossza.

$$K(2;1) \quad r = 5 \text{ egység} \quad (1 \text{ pont})$$

A középpont és az origó távolságának meghatározására a két pont közti távolság képletét használjuk. Ez alapján:

$$\sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5} \approx 2,24 \text{ egység} \quad (1 \text{ pont})$$

**Összesen: 12 pont**

**Maximális elérhető pontszám: 36 pont**

**II/B. rész: Az alábbi három példa közül kettőt kellett megoldani!**

**16) Az alábbi diagramon egy iskolában készített kimutatás látható, mely során azt mérték fel, hogy a teljes iskola létszámát tekintve havonta átlagosan hányan hiányoztak.**



- a) **Átlagosan hányan hiányoztak havonta az év során?** (3 pont)
- b) **Az első félévre nézve (ami januárral bezárólag ér véget) számítsa ki az adatok szórását az éves átlagot figyelembe véve! Szövegesen értelmezze a kapott eredményt!** (5 pont)

A következő táblázat az érettségizők matematika érettségi pontszámainak gyakoriságát mutatja. (3 pont)

<b>Pontszám</b>	<b>89</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>98</b>
<b>Gyakoriság</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
<b>Relatív gyakoriság</b>						

- c) **Számítsa ki az adatok relatív gyakoriságát!** (3 pont)
- d) **Adja meg a pontszámok móduszát és mediánját!** (2 pont)
- e) **Készítsen oszlopdiagramot az érettségi eredmények adataiból!** (4 pont)

**Megoldás:**

a)  $\bar{Y} = \frac{32 + 53 + 41 + 52 + 80 + 53 + 21 + 31 + 42 + 71}{10} = \frac{476}{10} = 47,6$  fő (2 pont)

A teljes tanévet nézve havonta átlagosan 47,6 fő hiányzott. (1 pont)

b)  $\sigma = \sqrt{\frac{(32 - 47,6)^2 + (53 - 47,6)^2 + (41 - 47,6)^2 + (52 - 47,6)^2 + (80 - 47,6)^2}{5}}$  (3 pont)

$\sigma = \sqrt{\frac{1385,2}{5}} = \sqrt{277,04} \approx 16,64$  fő (1 pont)

Az első félévet tekintve az átlagos hiányzási számtól átlagosan 16,64 fővel tért el a hiányzók száma. (1 pont)

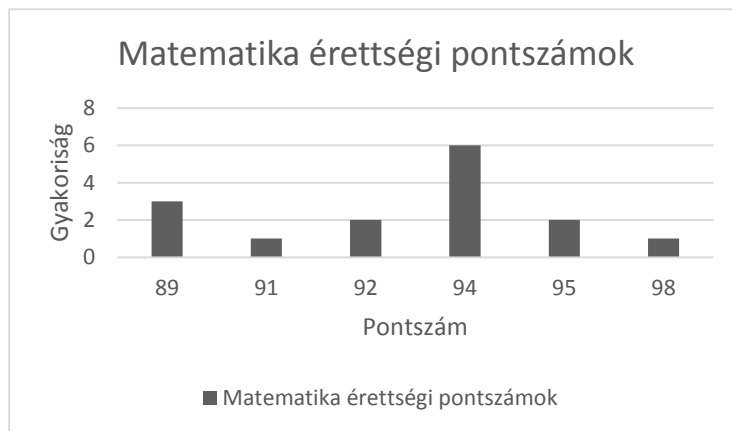
c) A gyakoriságok alapján megállapíthatjuk, hogy összesen 15 diák érettségi eredményét látjuk.

Pontszám	89	91	92	94	95	98
Gyakoriság	3	1	2	6	2	1
Relatív gyakoriság	$\frac{3}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

(3 pont)

(A vizsgázó cellánként 0,5 pontot kapjon. Amennyiben a tört nevezőjét elszámolja, de azt leszámítva konzekvensen írja végig a relatív gyakoriságokat, 2 pont adható.)

- d) Módusz (leggyakoribb adat): **94 pont** (1 pont)  
 Medián (sorbarendezést követően középső adat): **94 pont** (1 pont)
- e)



(4 pont)

(A vizsgázó a tengelyek helyes megjelöléséért 1-1 pontot kap, míg az adatok helyes ábrázolásáért 2 pontot)

**Összesen: 17 pont**

17)

a) Egy szabályos konvex sokszög átlóinak száma 20. Számítsa ki a sokszög oldalainak számát! (4 pont)

b) Adja meg a szabályos tizenkétszög egy belső szögének nagyságát! (2 pont)

István, az asztalos mester olyan asztalt készít, melynek lábai szabályos hatszög alapú hasábok. A hasáb alapjának területe  $40 \text{ cm}^2$ , magassága  $150 \text{ cm}$ . István egy azonos magasságú, henger alakú farönkből faragja ki az asztal egy lábát, melynek alapköre a hatszög körülírható körének nagyságával egyenlő.

c) A farönk hány százaléka lesz hulladék? Ha a hulladékelszállítás költsége  $420 \text{ Ft } 50 \text{ cm}^3$ -ként, mennyit fog István ezért fizetni? Válaszait egészre kerekítse! (11 pont)

**Megoldás:**

a) Az átlók számának képletéből visszavezethető az oldalak száma.

$$\frac{n(n-3)}{2} = 20 \Rightarrow n^2 - 3n - 40 = 0 \Rightarrow n_1 = 8 \quad n_2 = -5 \notin \mathbb{N} \quad (2 \text{ pont})$$

Mivel a sokszög oldalainak száma nem lehet negatív, így csak egy megoldásunk van. (1 pont)

Tehát a konvex sokszögünk oldalainak száma 8. (1 pont)

b)  $\frac{(12-2) \cdot 180^\circ}{12} = 150^\circ$  (1 pont)

Tehát a szabályos tizenkétszög egy belső szöge  $150^\circ$ -os. (1 pont)

c) A szabályos sokszög területképletét használjuk a megoldáshoz.

$$T = \frac{n \cdot R^2 \cdot \sin \alpha}{2}, \text{ ahol } T = 40; n = 6; \alpha = 60^\circ \quad (2 \text{ pont})$$

$$40 = \frac{6 \cdot R^2 \cdot \sin 60^\circ}{2} \Rightarrow R \approx 3,92 \text{ cm} \quad (2 \text{ pont})$$

Más megoldásmenet:



A hasáb alapja 6 db szabályos háromszögből áll. Egy szabályos háromszög területe  $\frac{40}{6} = 6,67 \text{ cm}^2$ . (1 pont)

A háromszög általános területképletét használjuk, ahol a szabályos háromszög oldala a.

$$\frac{a \cdot m_a}{2} = 6,67. \quad (1 \text{ pont})$$

A háromszög magasságát átírhatjuk:  $\text{tg } 60^\circ = \frac{m_a}{\frac{a}{2}} \Rightarrow m_a = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  (1 pont)

$$a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = 13,33 \Rightarrow a = 3,92 \text{ cm, ami megegyezik a körülírható kör sugarával.} \quad (1 \text{ pont})$$

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{hasáb}} &= 40 \cdot 150 = 6000 \text{ cm}^3 \\ V_{\text{farönk}} &= 3,92^2 \cdot \pi \cdot 150 = 7241,25 \text{ cm}^3 \end{aligned} \right\} 1241,25 \text{ cm}^3 \text{ felesleg} \quad (3 \text{ pont})$$

$$\frac{1241,25}{7241,25} = 0,1714 \Rightarrow \mathbf{17\%} \quad (1 \text{ pont})$$

$$\frac{1241,25}{50} = 24,825 \Rightarrow 24,825 \cdot 420 \approx \mathbf{10427 \text{ Ft}} \quad (2 \text{ pont})$$

Tehát összesen a farönk **17%-a lesz hulladék**, aminek elszállítása **10 427 Ft-ba kerül**.

(1 pont)

**Összesen: 17 pont**

18)

a) **Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget, amennyiben  $x \in [0;4]$ !** (8 pont)

$$\frac{3x^2 - 7x + 2}{x - 1} > 0$$

b) **Az értelmezési tartományból kiválasztunk egy természetes számot. Mi a valószínűsége, hogy az általunk kiválasztott szám megoldása az egyenlőtlenségnek?**

(3 pont)

c) **Átlagosan egy osztályban a diákok 46%-a tudja helyesen megoldani a feladatot. Mekkora a valószínűsége annak, hogy 10 diákot kiválasztva legfeljebb 1 diák nem tudta megoldani a feladatot?** (6 pont)

### Megoldás:

a) Kikötés:  $x \neq 1$

Egy tört akkor és csak akkor nagyobb, mint 0, ha a számláló és a nevező előjele azonos.

(1 pont)

Külön vizsgáljuk az előjeleket.

A számlálót egyenlővé tesszük 0-val, így megállapítjuk a zérushelyeit.

$$3x^2 - 7x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = 2 \quad (2 \text{ pont})$$

Mivel a parabolánk konvex, így tudhatjuk, hogy a két zérushely között vesz fel negatív értékeket. (Ez a megállapítás behelyettesítéssel is belátható.)

A nevező  $x = 1$  helyen vált előjelet.

(1 pont)

Egy táblázatba felírjuk a számláló és nevező előjeleinek változásait. (Abban az esetben is jár a maximális pontszám, ha nem táblázatba foglalva írja le az eseteket.) (3 pont)

	0	$]0; \frac{1}{3}[$	$\frac{1}{3}$	$] \frac{1}{3}; 1[$	1	$]1; 2[$	2	$]2; 4[$	4
Számláló	+	+	0	-	-	-	0	+	+
Nevező	-	-	-	-	nem ért.	+	+	+	+
Tört	-	-	0	+	nem ért.	-	0	+	+

A táblázat alapján leolvasható, hogy a tört a feladat által megadott értelmezési tartományt tekintve két intervallumban vesz fel pozitív értéket.

Tehát a törtünk az alábbi tartományban pozitív:  $x \in \left] \frac{1}{3}; 1 \right[ \cup ] 2; 4 ]$ . (1 pont)

- b) A valószínűség klasszikus képletét használjuk, azaz  $P = \frac{\text{kedvező}}{\text{összes}}$ .

A kedvező eseteket behelyettesítéssel vagy az a) rész alapján megállapíthatjuk. Az egyenlőtlenségünket az  $x = 3; 4$  számok elégítik ki. Így a kedvező esetek száma 2. (1 pont)

Az összes eset számának megállapításakor figyelembe kell vennünk, hogy kikötöttük, hogy  $x \neq 1$ . Ez alapján az összes esetünk 4. ( $x = 0; 2; 3; 4$ ) (1 pont)

A valószínűségünk tehát  $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \Rightarrow 50\%$ . (1 pont)

- c) A feladat megoldásához a binomiális eloszlás képletét kell használnunk. (1 pont)

A diákok 46%-a tudja megoldani a feladatot, így tudjuk, hogy 54%-uk nem tudja megoldani.

Ha legfeljebb egyikük  $\Rightarrow 0$  vagy 1 fő nem tudja megoldani. Ezek egymást kizáró események, így a valószínűségeket összeadjuk. (2 pont)

$$P = \binom{10}{0} \cdot 0,54^0 \cdot 0,46^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,54^1 \cdot 0,46^9 = 0,0054 \Rightarrow 0,54\% \quad (2 \text{ pont})$$

0,0054 annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 diák nem tudja megoldani a feladatot. (1 pont)

**Összesen: 17 pont**

---

*Maximális elérhető pontszám: 34 pont*

*A próbaérettségi során szerzhető maximális pontszám: 100 pont*